

# 基于双拐点预期理论的资产组合选择问题

柳维芳

(厦门大学 经济学院, 福建 厦门 361005)

**【摘 要】** 文章在双拐点预期理论的研究框架下进行资产组合选择问题的研究。首先将传统金融学中的随机占优分析方法推广到行为金融学的研究中, 基于双拐点预期理论提出了双拐点预期理论随机占优的判断方法。随后运用新的随机占优方法对双拐点预期理论框架下的资产组合选择问题进行分析, 与以往的研究不同, 文章的结论说明尽管均值方差理论和双拐点预期理论分别隶属于传统金融学与行为金融学, 两个理论框架存在较大的分歧, 但在有效组合选择问题上两者却达成了惊人的一致。这为传统金融学与行为金融学的融合的可能性提供了新的证据。

**【关键词】** 双拐点预期理论; 双拐点随机占优; 双拐点随机占优有效前沿

**【中图分类号】** F830.9 **【文献标识码】** A **【文章编号】** 1004-2768(2014)03-0037-05

## 一、研究背景

2002 年诺贝尔经济学奖授予了预期理论的创始人之一 Kahneman 先生, 其与 Tversky 提出的预期理论开辟了行为金融研究的先河。然而预期理论虽已获得了学术界的充分肯定, 但其理论本身仍然存在一些瑕疵。其中最受质疑的就是在期望效用理论中满足一阶随机占优关系的两个分布在预期理论中并不一定仍然满足一阶随机占优。基于预期理论存在的不足, 学者们在后续研究中提出各种模型对预期理论进行修正。如 Tversky 和 Kahneman(1992)的累积预期理论(Cumulative prospect theory), 很好地解决了原始的预期理论无法解释一阶随机占优的缺陷, 并将预期理论扩展到具有连续分布的赌局。随后, Schmidt et al.(2008)在预期理论框架下, 借鉴 Sugden(2003)参考点依赖的主观期望效用理论, 构造了不确定参考点的预期理论, 并将之称为第三代预期理论。

经过大量的信息学及问卷调查, 学界发现预期理论的价值函数存在许多与人们的真实行为相悖的现象。例如在预期理论提出人们在面临损失

时存在损失厌恶的特征, 在面临损失时投资者往往会存在赌一把的心理, 因此在损失区间投资者的价值函数是凸函数。基于此假设, 在预期理论框架下, 投资者的边际效用在个人财富值为 0 附近会随着个人财富的减少而下降, 该特征与大量的行为研究及投资者的真实感受存在着较大的偏差。Gomes(2005)指出由于极端的损失可能会导致投资者面临破产的风险, 在财富的损失足够大为避免破产等极端事件的发生投资者并不会表现得过于偏好风险, 基于此点假设 Gomes(2005)对预期理论的价值函数进行了修改, 提出了双拐点价值函数。Gomes(2005)的基本思想实际上与我国谚语中所提到的留得青山在, 不怕没柴烧相近。江一涛(2010)采用问卷调查的方式对 Gomes(2005)提出的价值函数进行论证, 作者首先提出 1992 年 Kahneman 和 Tversky 在论证预期理论合理性的调查问卷中所投资者可能面临的最大损失只有 400 美元, 最大损失水平仅仅是被调查者个人财富水平的一个较小的部分。作者设计了新的调查问卷用于进一步分析投资者在面临过度损失时的行为

**【收稿日期】** 2013-11-12

**【作者简介】** 柳维芳(1983-), 男, 厦门大学经济学院博士研究生, 研究方向: 金融工程。

特征,问卷调查的结论为 Gomes(2005)提出的双拐点价值函数提供了实证方面的证据,在此基础上作者提出了新一代的预期理论—双拐点预期理论(Modify prospect theory 以下简称 MPT)。

为了将传统金融学中的分析方法推广到行为金融学研究,本文以随机占优(Stochastic Dominance)准则为出发点展开论述,随机占优理论最早是由 Hadar 和 Russell(1969)提出的,随后 Hanoch 和 Levy 等人对该理论进行了梳理和总结,随机占优理论是以前期望效用理论为基础的经济学框架建立起来的,用于研究具有相似价值函数特征的投资者的决策行为的分析方法,由于该方法适用于群体投资行为的分析而被广泛应用于投资者资产选择问题,风险管理问题的研究。尽管行为金融学能更好的描述人们的决策行为,但其理论架构能存在缺陷,理论本身尚未建立起完整的理论体系,在分析方法上存在许多主观的成分,仍有许多无法用模型进行量化的地方。在 Kahneman 和 Tversky 之后,许多行为金融学的支持者开始致力于行为金融框架下分析方法和资产组合选择问题的研究,其中具有代表意义的是 Levy 和 Wiener(1998)提出的预期理论框架下的随机占优准则-PSD(Prospect stochastic dominance)准则,该理论的重要性在于其提出了行为金融框架下群体行为的分析方法,为进一步研究投资者组合选择问题提供了更为科学的分析工具。在 Levy 和 Wiener(1998)工作的基础上,Haim Levy 和 Moshe Levy(2004)研究了预期理论框架下投资者的资产组合选择问题,通过比较作者发现在预期前景理论框架下投资者的有效前沿为 Markowitz(1952)提出的均值方差有效前沿的子集。该结论的提出为传统金融学和行为金融学之间的联系搭起了桥梁,为均值方差理论的合理性提供了行为金融方面的证据。

本文立足于双拐点预期理论的研究框架,提出了基于双拐点预期理论的随机占优准则,进一步,推广了该随机占优准则用资产收益率的分布函数表示的等价形式。在此基础上,我们运用新的

随机占优准则对资产组合选择问题进行了研究,并比较了该准则下的有效组合与均值方差有效组合。本文得到了如下两个结论:(1)如果投资者在决策时不对收益率的概率分布进行变换,双拐点随机占优准则下的投资者组合有效前沿等同于均值方差有效前沿;(2)如果投资者在决策时不对收益率的概率分布进行变换,双拐点随机占优准则下的投资者组合有效前沿是均值方差组合的子集。这两个结论说明,尽管均值方差理论产生于传统金融学框架,但该理论在行为金融学框架下依然能延续原有的合理性。

## 二、双拐点预期理论与随机占优

### (一)双拐点预期理论

江一涛(2010)提出了双拐点预期理论,在该理论中投资者的价值函数具体表现形式如下:

$$V = \begin{cases} (X-Z)^{\varphi} & X \geq Z \\ -\lambda(Z-X)^{\varphi} & W_0 \leq X < Z \\ -\lambda(1+Z)(Z-X)^{\varphi} & X < W_0 \end{cases}$$

$X$  为投资者的初始禀赋的大小, $Z$  为判断投资损益的平衡点,用于区分是否投资产生了极端损失的参考点,即当  $W_0 \leq W < Z$  表示投资产生了相对较小的损失,当  $W < W_0$  表示投资产生的损失较大。显然在  $W_0$  附近投资者的风险态度发生了变化,在该参考点左边投资者是风险偏好的,在该参考点右边投资者是风险厌恶的。双拐点预期理论对预期理论的修正使之更加符合人们的直观感受。从双拐点预期理论的价值函数来看,它比预期理论更适合于描述公司管理人员作出并购重组、重大项目投资等重大决策时的行为。因为一旦决策失误往往给公司带来巨额亏损,这是管理人员所不想见到的,因此,当面临可能带来的巨额亏损时管理人员往往会表现出风险厌恶的特性。

### (二)随机占优准则(stochastic dominance)

随机占优准则是用于判断具有相同特征的价值函数的投资者一致行为的决策的准则,如一阶随机占优便是用来表示具有单调递增价值函数的投资者在判断任意两项投资时的一致准则,对于任

①江一涛:《预期理论的修正及投资者行为研究》,厦门大学博士学位论文,2011年。

②柳维芳、张顺明、李江峰:《修正前景理论与均值方差分析》,Proceedings of 2011 International Conference on Management Science and Engineering,2011年第3期。

意两个投资组合,其累积分布函数用  $F$  和  $G$  表示,函数集合  $U_1$  为所有满足非饱和性的价值函数组成的集合(即集合中的任意函数满足单调递增的性质),如果  $U_1$  中的任意一个价值函数  $u(\cdot)$  都有  $E_F(u) \geq E_G(u)$ ,则称  $F$  一阶随机占优于  $G$ ,一般表示为  $F \succsim_1 G$ 。通过以上的定义我们可以看出如果  $F \succsim_1 G$ ,所有具有单调递增的价值函数的投资者都会一致偏好于组合  $F$ 。Fishburn(1964)同时还给出了一阶随机占优的等价形式  $F \succsim_1 G$ ,当且仅当对任意的  $x$ ,  $E(x) \leq G(x)$ ,且存在某个  $x$  使上述不等式严格成立。类似的 Hadar 和 Russell(1969)在非减的风险厌恶的价值函数集合上定义了二阶随机占优的概念,并同时给出了二阶随机占优收益率的分布函数表示的等价形式。Levy 和 Wiener(1998)将随机占优方法引入行为金融领域,提出了满足预期理论价值函数特征的新型随机占优方法,并命名为预期随机占优理论(Prospect Stochastic Dominance),作者同时给出了预期随机占优用分布函数表示的等价形式。对于以上各类随机占优的定义及等价形式的证明可以参见 Fishburn(1964),Hadar 和 Russell(1969),Levy 和 Wiener(1998)。

### 三、双拐点预期理论下的随机占优准则(TPSD)

根据传统随机占优准则的定义方法,不同的随机占优代表着具有不同函数特征的价值函数组成的集合上的一致选择行为。因此,本文也将沿用传统随机占优的思想来进行随机占优的定义。

假设函数集合  $U_{MP}$  由所有满足如下两个条件的函数组合:(1)对任意的  $Z \neq 0$ ,有  $U'(Z) > 0$ ;(2)当  $Z > 0$  时,  $U''(Z) \leq 0$ ,当  $x_0 \leq Z < 0$  时,  $U''(Z) \geq 0$ ,当  $Z < x_0$  时,其中  $x_0$  表示中性损失与极端损失的分界点。

由上可知,  $U_{MP}$  是由双拐点预期理论框架下的双拐点价值函数组成的集合,具有  $U_{MP}$  中价值函数的投资者的风险态度分别在收益损失基准点 0 及极端损失基准点  $x_0$  处发生改变。通过研究具有双拐点价值函数的投资者的选择行为,我们就可以定义双拐点预期理论下的随机占优准则。

定义一:分别用  $X$  和  $Y$  表示两个投资组合,这两个组合的收益率的分布函数分别用  $F(\cdot)$  和  $G(\cdot)$  表示。如果对于所有价值函数  $u \in U_{MP}$ ,即任意

具有双拐点特征价值函数的投资者有  $E[u(X)] \geq E[u(Y)]$ ,则称投资  $X$  在双拐点预期理论准则下随机占优于  $Y$ ,用符号表示为  $X \succsim_{TPSD} Y$  或者  $F(\cdot)$

$\succsim_{TPSD} G(\cdot)$ 。

定义一给出了双拐点预期理论的基本定义,为了给出更为直观的定义,有必要推广用分布函数表示的双拐点随机占优。

定理一:对于任意两个投资组合  $X$  和  $Y$ ,  $X \succsim_{TPSD} Y$  成立当且仅当如下两个条件成立(1)对任

意  $x_1 \leq x_0$ ,  $\int_{-\infty}^{x_1} [G(t) - F(t)] dt \geq 0$ ,对任意  $x_0 \leq x_2 \leq 0 \leq x_3$ ,有  $\int_{x_2}^{x_3} [G(t) - F(t)] dt \geq 0$ 。

本处的证明可借鉴随机占优的经典证明方法,受篇幅限制本文不进行详细论述。

定理一将双拐点随机占优归纳为比较投资组合间分布函数的两个性质,从定理一也可以看出双拐点随机占优只需投资者的价值函数具有双拐点函数的特征,与投资者价值函数的具体函数形式无关。

预期理论除了提出 S 形价值函数的概念,其与期望效用理论的另一个区别是提出了概率扭曲的概念。预期理论认为投资者在作出决策时会对客观概率进行主观扭曲,而不会直接使用客观概率进行评估。定理一只考虑了无概率扭曲情况下投资者的 TPSD 准则,定理二将会推广存在概率扭曲的 TPSD 准则。

定理二:用  $T(\cdot)$  表示投资者的主观概率权重函数,用  $X$  和  $Y$  表示两个投资组合,这两个组合的收益率的分布函数分别用  $F(\cdot)$  和  $G(\cdot)$  表示,  $X \succsim_{TPSD} Y$  当且仅当如下两个条件成立:(1)对任意

$x_1 \leq x_0$ ,有  $\int_{-\infty}^{x_1} [T(G(t)) - T(F(t))] dt \geq 0$ ;(2)对任意  $x_0 \leq x_2 \leq 0 \leq x_3$ ,有  $\int_{x_2}^{x_3} [T(G(t)) - T(F(t))] dt \geq 0$ 。

### 四、双拐点预期理论下的资产组合选择问题

自 Markowitz(1952)提出均值方差理论后,资产组合选择问题便成为金融研究的核心领域,本节将在双拐点预期理论框架下展开资产组合选择



问题的讨论,运用上一节提到的双拐点随机占优的思想来研究投资者的有效组合,将该有效前沿与均值方差有效前沿进行比较。依赖于如下三个基本假设:(1)经济中资产收益率的分布函数为对数正态分布;(2)市场满足完美市场的所有特征;(3)市场中任意资产都是线性无关的。

定义(双拐点随机占优有效):对于组合 $X$ ,如果任何一个具有双拐点价值函数的投资者都无法找到组合 $Y$ ,使 $Y \succsim_{TPSD} X$ 成立,则称 $X$ 为双拐点随机占优有效。

定理三:当任意两个投资组合 $X$ 和 $Y$ 的收益率服从对数正态分布,且两者的收益率的方差相同,那么 $X \succsim_{TPSD} Y$ 当且仅当 $\mu_X \geq \mu_Y$ ,即在这种情况下,一阶随机占优等价于均值方差准则。

定理四: $X \succsim_1 Y$ 则 $X \succsim_{TPSD} Y$

证明:若 $X \succsim_1 Y$ ,那么任何具有非减价值函数的投资者都会偏好于组合 $X$ ,由于双拐点价值函数本身也具有非减函数的特征,所以任意一个具有双拐点价值函数的投资者都偏好于组合 $X$ ,即 $X \succsim_{TPSD} Y$ 。

定理五:如果投资者的主观概率扭曲函数 $T(\cdot)$ 是非减的,那么 $F(\cdot) \succsim_1 G(\cdot)$ 当且仅当 $T(F) \succsim_1 T(G)$ 。利用以上三个引理,我们来讨论双拐点预期理论下的投资者有效组合构建问题。

定理六:在本节的三个基础假设下,在不考虑投资者对资产收益率的客观概率分布进行扭曲时,双拐点随机占优有效前沿与均值方差有效组合完全一致。

证明:(1)我们只需要证明,如果一个投资组合不在均值方差有效前沿上(见图1),那么该组合也是无效的双拐点随机占优组合。如图1,显然任何一个非均值方差有效组合(如组合 $F'$ ),在均值方差有效前沿上都可以找到一个与其方差相同但期望收益更大的投资组合 $F$ ,根据引理1易得 $F \succ_1 F'$ 。进一步由引理2,如果 $F$ 一阶随机占优于 $F'$ ,则 $F$ 必双拐点随机占优于 $F'$ ,故组合 $F'$ 是不在双拐点随机占优有效前沿上。(2)下一步证明均值方差有效前沿内的组合(如图1中的组合 $G$ 和组合 $F$ ),相互之间不存在双拐点随机占优的关系,

即 $F \not\succsim_{TPSD} G$ 与 $G \not\succsim_{TPSD} F$ 不成立。其一,如果假设

$G \succsim_{TPSD} F$ 由定理一,则必有 $\int_{-\infty}^{+\infty} [G(t)-F(t)]dt \leq 0$

成立,通过分布积分便可得组合 $F$ 的期望收益小于组合 $G$ 的期望收益,但由图1可知组合 $F$ 的期望收益是大于组合 $G$ 的期望收益,所以 $G \succsim_{TPSD} F$ 的假设不成立;其二,假设 $F \succsim_{TPSD} G$ ,由图1有 $\mu_F \geq \mu_G$ ,  $\sigma_F \geq \sigma_G$ ,所以根据对数正态分布函数的特征,

如图2所示分布函数 $G$ 必然从下往上穿过分布函数 $F$ 。因此对任意的 $x$ 满足 $x \leq x_0$ ,均无法保证

$\int_{-\infty}^{x_1} [F(t)-G(t)]dt \geq 0$ 成立,故 $F \succsim_{TPSD} G$ 的假设不成立。因此,双拐点随机占优的有效组合也是均值方差组合。

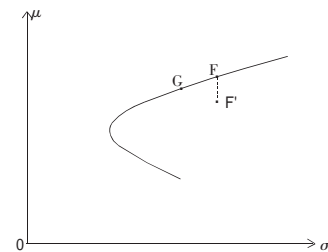


图1 有效前沿

以上定理的结论说明均值方差准则与双拐点占优准则尽管理论框架存在巨大分歧,但是两者在进行投资决策时却产生了完全一致的选择结果。这一结论与Levy(2004)研究的预期随机占优与均值方差准则的关系时的结论不同,Levy(2004)证明了在与本文相同的三个基础假设条件下,预期随机占优有效组合是均值方差有效组合的子集。Levy的结论说明使用预期理论进行决策的投资者所选择的有效组合集小于传统金融学得到的有效组合集合。而本文的结论补齐了Levy(2004)的有效前沿,认为尽管传统金融学与行为金融学存在众多的分歧,但在有效组合构造上却依然一致。

定理七:如果投资者对收益的概率分布进行主观调整,假设概率扭曲函数 $T(\cdot)$ 是单调非减函数,那么双拐点随机占优有效组合集是均值方差有效前沿的子集。

证明:与定理一的证明相似,只须证明均值方差有效前沿下方的任意组合(见图2)都不是双拐

点随机占优有效的,之前已经证明(图1)中的 $F \cdot F'$ ,因为扭曲函数 $T(\cdot)$ 是单调递增的,由引理3可知 $T(F) \cdot T(F')$ ,进一步根据引理2可得 $T(F) \cdot T(F')$ 。所以均值方差有效前沿下方的任意组合都不是双拐点随机占优有效的,从而双拐点随机占优有效前沿组合必定在均值有效前沿组合内部。

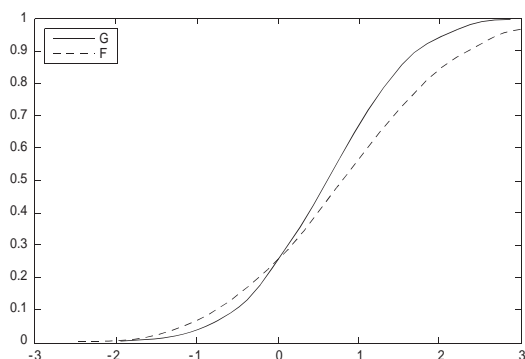


图2 F与G对数正态分布函数

## 五、结论

实证调查发现双拐点预期理论相比预期理论更加符合人们的真实心理感受,因此本文基于双拐点预期理论展开研究,首先将随机占优的思想引入行为金融学的研究,给出了双拐点随机占优的定义,并使用收益率的分布函数给出了判断双拐点随机占优的方法。运用双拐点随机占优方法,本文比较了双拐点预期理论与传统金融理论在资

产组合选择问题上的异同。从资产组合选择问题上,双拐点预期理论保持了与均值方差理论的一致性,这一结论也说明为何在行为金融盛行的时代,均值方差理论等传统金融学研究结论依然受到学术界和业界的青睐。本文的结论也说明即使行为金融学与传统金融学在基础框架及研究方法上存在着很大的分歧,但两者却非完全对立。

## 【参考文献】

- [1] Amos Tversky ,Daniel Kahneman. Advances in prospect theory : Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty ,1992( 5) :297-323.
- [2] Arjan Berkelaar ,Roy Kouwenberg and Thierry Post ,Optimal portfolio choice under loss aversion[J]. Review of Economics and Statistics , 2004 ,86( 4) :973-987.
- [3] Edwards K.D. Prospect Theory :A Literature Review[J]. International Review of Financial Analysis ,1996( 5) :18-38.
- [4] 张晓,樊治平.一种基于随机占优准则的多指标多标度大群体决策方法[J].系统工程,2010(2).
- [5] Francisco J. Gomes ,Portfolio choice and trading volume with loss - averse investors[J]. Journal of Business ,2005 ,78( 2) : 675-706.
- [6] 李昊.基于概率权重函数和随机占优准则的开放式基金评级[J].中国管理科学,2013(1).
- [7] Haim Levy ,Moshe Levy. Prospect theory and mean-variance analysis [J]. Review of Financial Studies ,2004 ,17( 4) :1015-1041.
- [8] Harry Markowitz. The utility of wealth [J]. The Journal of Political Economy ,1952 ,60( 2) :151-158.
- [9] 李琦.资产配置在我国基金投资中的应用研究[D].东北财经大学硕士学位论文,2007. (责任编辑:L 校对:Q)

(上接第36页)

## 【参考文献】

- [1] 蔡昉,王德文.中国经济增长可持续性劳动贡献[J].经济研究,1999(10):62-68.
- [2] 刘强.中国经济增长的收敛性分析[J].经济研究,2001(6):70-77.
- [3] 蔡昉,王德文,都阳.劳动力市场扭曲对区域差距的影响[J].中国社会科学,2001(2):4-14.
- [4] 蔡昉,都阳,王美艳.户籍制度与劳动力市场保护[J].经济研究,2001(12):41-49.
- [5] 李实.中国经济转轨中劳动力流动模型[J].经济研究,1997(1):23-30.
- [6] 李芝倩.劳动力市场分割下的中国农村劳动力流动模型[J].南开经济研究,2007(1):93-106.
- [7] 姚先国,赖普清.中国劳资关系的城乡户籍差异[J].经济研

究,2004(7):82-90.

- [8] Sylvie D é murger ,Martin Fournier ,李实,魏众.中国经济转型中城镇劳动力市场分割问题——不同部门职工工资收入差距的分析[J].管理世界,2009(3):55-62.
- [9] Baker G ,Holmstrom B. Internal Labor Markets :Too Many Theories , Too Few Facts[J]. The American Economic Review ,1995 ,85( 2) : 255-259.
- [10] Gordon D ,Edwards R ,Reich M. Segmented work ,divided workers : The historical transformation of labor in the US [M]. Cambridge : Cambridge University Press ,1982.
- [11] Gottfires ,McCormick B. Discrimination And Open Unemployment In A Segmented Labor Market[M]. European Economic Review ,1995 : 1-15.
- [12] Olivier J. Blanchard ,Lawrence H. Summers. Beyond the Natural Rate Hypothesis[J]. The American Economic Review ,1988 ,78( 2) : 182-187. (责任编辑:X 校对:Q)